

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΟΡΙΣΤΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ

A) Να υπολογίσετε τα πιο κάτω ολοκληρώματα:

1) $\int \left(\frac{1}{2x-1} + \frac{2}{(5x-2)^3} - \frac{1}{\sqrt{5x-2}} \right) dx$

2) $\int (3^x + e^{1-7x} + \text{τεμ}3\chi\epsilon\phi3\chi) dx$

3) $\int \frac{x^2}{(x^3+5)^7} dx$

4) $\int \frac{1+\ln x}{3+x\ln x} dx$

5) $\int (\epsilon\phi^7\chi + \epsilon\phi^9\chi) dx$

6) $\int \frac{4+5\chi + (\text{το}\xi\eta\mu\chi)^3}{\sqrt{1-\chi^2}} dx$

7) $\int \frac{\chi-3}{\chi\sqrt{\chi-1}} dx$ (θέτω $\sqrt{x-1}=u$)

8) $\int \frac{8x^2-19x+1}{(2x+1)(x-2)^2} dx$

9) $\int \eta\mu^3\chi\sigma\upsilon\nu^6\chi dx$

10) $\int \sigma\upsilon\nu^2\chi\sigma\upsilon\nu6\chi dx$

11) $\int \frac{dx}{\sqrt{-4x^2+4x+3}}$

12) $\int \frac{x^3-10x-10}{x^2-x-12} dx$

$$13) \int \frac{\eta\mu^4 \chi}{\sigma\nu\nu^2 \chi} dx$$

$$14) \int e^x \eta\mu 4x dx$$

$$15) \int \frac{x-1}{4x^2 - 4x + 17} dx$$

$$16) \int \frac{dx}{2 + \sigma\nu\nu 2\chi + \eta\mu 2\chi} \quad , \quad \varepsilon\phi\chi = t \quad , \quad 0 < \chi < \frac{\pi}{2}$$

$$17) \int \frac{x^2}{(a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}} dx \quad , \quad x = a\eta\mu\theta$$

$$18) \int \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$$

B) Αν $I_\nu = \int \chi \ln^\nu \chi dx$. **Να αποδείξετε τον αναγωγικό τύπο** $I_\nu = \frac{\chi^2 \ln^\nu \chi}{2} - \frac{\nu}{2} I_{\nu-1}$ **στη συνέχεια με τη χρήση του πιο πάνω τύπου να υπολογίσετε το** $\int \chi \ln^2 \chi dx$.

1) Θεωρούμε το ολοκλήρωμα $I = \int 2\chi \cdot \eta\mu^2 \chi dx$ και $J = \int 2\chi \cdot \sigma\nu\nu^2 \chi dx$. Να υπολογίσετε τα

Ολοκληρώματα: α) $I + J$ και $I - J$

β) I και J

2) Δίνεται η συνάρτηση f η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη $f : R \rightarrow R$ η οποία παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0 = 0$ και είναι $f(0) = 0$

και $f''(\chi) = x \cdot e^x + e^x, \forall x \in R$.

Να αποδείξετε ότι: α) $f'(x) = x \cdot e^x, \forall x \in R$.

β) να βρείτε τον τύπο της f .

3) Αφού βρείτε το ολοκλήρωμα $\int \frac{2x dx}{(x^2 + 4)^2}$ να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int \frac{2x}{(x^2 + 4)^2} \cdot \ln(x+1) dx$

4) Να βρεθεί ο τύπος της παραγωγίσιμης συνάρτησης

$f(x)$ στο $(0, +\infty)$ αν $\forall x > 0$ ισχύει ότι $e^{f(x)} - 4x^3 = x[6x - e^{f(x)} \cdot f'(x)]$ και $f'(1) = \frac{7}{3}$.

5) Αν $I_\nu = \int \frac{x^\nu}{x^2+1} dx$ να αποδείξετε ότι $I_\nu + I_{\nu-2} = \frac{x^{\nu-1}}{\nu-1} + c$ και να υπολογίσετε το

$$I_3 = \int \frac{x^3}{x^2+1} dx.$$

6) Η συνάρτηση $\psi = f(x)$ έχει τοπικό ακρότατο $A(4,4)$ και ισχύει $\psi'' = \frac{2}{(x-3)^3}$

$$x \neq 3. \text{ N.δ.ο. } f(x) = \frac{(x-2)^2}{x-3}.$$

7) Να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης f αν $xf'(x) + f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ με $x > 0$ και $f(1) = \ln 2$